

БЕКБОЛАТ БАЯН

ДАНКЛ АНАЛИЗ ЖӘНЕ ОҢ ЖАҒЫН ҚАЛПЫНА КЕЛТІРУГЕ
АРНАЛҒАН КЕРІ ЕСЕПТЕРГЕ ҚОЛДАНЫСЫ

«6D060100-Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияға

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Бұл диссертациялық жұмыста біз Данкл операторлары арқылы туындаған псевдодифференциалды операторларды зерттейміз, сонымен қатар параболалық және псевдопараболалық есептерге арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есптерді қарастырамыз.

Данкл операторлары арқылы туындаған псевдодифференциалды операторларды бірінші рет А. Dachraoui 2001 жылы қарастырған, автор өз жұмысында классикалық Шварц және Соболев типтес кеңістіктерде осы операторлар үшін бірнеше бағалаулар алған. Автор жұмысынан кейін осы операторлардың L^2 және L^p -бағалануларына арналған бірнеше жұмыстар жарыяланған, бірақ Шварц кеңістіктерінде амплитудалық, транспонерленген және түйіндес операторларға қатысты бағалаулар алынбаған еді.

Біз осы диссертациялық жұмысымызда Данкл операторлары арқылы туындаған классикалық символы бар псевдодифференциалды, амплитудалық, транспонерленген және түйіндес операторлардың Шварц кеңістіктеріндегі бағалауларын дәлелдедік.

Сонымен қатар осыған дейін қарастырылмаған уақыт бойынша бөлшек ретті Капута және Гильфер туындылары бар параболалық және псевдопараболалық есептерге арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есптерді зерттейміз.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты мен міндеті Данкл операторлары арқылы туындаған псевдодифференциалды операторлар теориясын дамыту және параболалық және псевдопараболалық есептерге арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есптерді зерттеу.

Диссертациялық жұмыстың мақсатына жету үшін зерттеудің келесі негізгі міндеттері қарастырылады:

-Данкл операторлары арқылы туындаған классикалық символы бар псевдодифференциалды операторлардың Шварц кеңістіктерінде анықталған сызықты үзіліссіз операторлар болатынын дәлелдеу;

-Данкл операторлары арқылы туындаған амплитудалық операторлардың Шварц кеңістіктерінде анықталған сызықты үзіліссіз операторлар болатынын дәлелдеу;

-Данкл операторлары арқылы туындаған транспонерленген операторлардың Шварц кеңістіктерінде анықталған сызықты үзіліссіз операторлар болатынын дәлелдеу;

-Данкл операторлары арқылы туындаған түйіндес операторлардың Шварц кеңістіктерінде анықталған сызықты үзіліссіз операторлар болатынын дәлелдеу;

-Данкл операторлары арқылы туындаған классикалық символы бар псевдодифференциалды операторлардың өзектерін анықтау және олардың жатық функциялар екенін дәлелеу;

-Данкл операторы арқылы туындаған уақыт бойынша бөлшек ретті Капута туындысы бар жылуөткізгіштік теңдеуіне арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есептің дұрыс шешілетінін дәлелеу;

-Данкл операторы арқылы туындаған уақыт бойынша бөлшек ретті Капута туындысы бар псевдопараболалық теңдеуге арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есептің дұрыс шешілетінін дәлелеу;

-Данкл операторы арқылы туындаған уақыт бойынша бөлшек ретті Гильфер туындысы бар жылуөткізгіштік теңдеуіне арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есептің дұрыс шешілетінін дәлелеу.

Зерттеу объектісі. Данкл операторлары және Данкл операторлары арқылы туындаған псевдодифференциалды операторлар.

Зерттеу әдістері. Диссертацияда псевдодифференциалды операторлар теориясының, дифференциалдық теңдеулер теориясының, функциялар теориясының, және арнайы функциялар теориясының әдістері қолданылды.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Осы диссертациядағы зерттеуге ұсынылатын есептер жаңа болып табылады.

Диссертацияда Данкл анализдың қолданысы ретінде келесі есептер келтірілген:

Келесі есепті қарастырайық

$$\begin{cases} \mathcal{D}_{0+,t}^\gamma u(t,x) - D_{\alpha,x}^2 u(t,x) + tu(t,x) = f(x), & (t,x) \in Q_T, \\ u(0,x) = \varphi(x), & x \in \mathbb{R}, \\ u(T,x) = \psi(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

мұндағы $Q_T := \{(t,x) : 0 < t < T < +\infty, x \in \mathbb{R}\}$, $\mathcal{D}_{0+,t}^\gamma$ – Капуто бөлшек ретті туындысы, $D_{\alpha,x}^2$ – Данкл Лапласиан, φ және ψ – ыңғайлы белгілі функциялар. Диссертацияда біз жоғарыда келтірілген есептің Соболев типті кеңістікте жалғыз ғана жұп шешімінің (u, f) бар екенін және оның айқын түрде жазылатынын көрсеттік. Одан кейін жоғарыда келтірілген есептің жалғасы ретінде келесі есепті қарастырдық

$$\begin{cases} \mathcal{D}_{0+,t}^\gamma (u(t,x) - aD_{\alpha,x}^2 u(t,x)) - D_{\alpha,x}^2 u(t,x) + tu(t,x) = f(x), & (t,x) \in Q_T, \\ u(0,x) = \varphi(x), & x \in \mathbb{R}, \\ u(T,x) = \psi(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

мұндағы a – берілген оң сан, егер a нөлге тең болса, онда біз бірінші келтірілген есепті алмыз. Бұл жерде біз екінші есептің Соболев типті

кеңістікте жалғыз ғана жұп шешімінің (u, f) бар екенін және оның айқын түрде жазылатынын көрсеттік. Соңында біз төмендегі есепті қарастырдық

$$\begin{cases} \mathcal{D}_{0+,t}^{(\gamma_1,\gamma_2)s} u(t,x) - aD_{\alpha,x}^2 u(t,x) = p(t)f(x), & (t,x) \in Q_T, \\ \lim_{t \rightarrow 0+} I_{0+,t}^{1-\eta} u(t,x) = \varphi(x), & x \in \mathbb{R}, \\ u(T,x) = \psi(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

мұндағы $\mathcal{D}_{0+,t}^{(\gamma_1,\gamma_2)s}$ – Гильфер операторы, $I_{0+,t}^{1-\eta}$ – Римана-Лиувилл бөлшек ретті интегралы және p – берілген функция. Бұл жерде де біз соңғы есептің Соболев типті кеңістікте жалғыз ғана жұп шешімінің (u, f) бар екенін және оның айқын түрде жазылатынын көрсеттік.

Зерттеудің тәжірибиелік және теориялық маңызы. Тақырып бойынша зерттеулер негізінен теориялық және іргелі болып табылады. Олардың ғылыми маңыздылығы алынған нәтижелердің негізділігінің терең деңгейіне байланысты.

Жарияланымдар. Жалпы 7 жұмыс жарияланды (2 Scopus индекстейтін журналдарда және 4 Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналда).

Рейтингтік ғылыми журналдар

1 B. Bekbolat, D. Serikbaev, N. Tokmagambetov. Direct and inverse problems for time-fractional heat equation generated by Dunkl operator // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, V. 31, № 3, 393–408, 2023. Indexed by Scopus and Web of Science, Scopus SJR 2022: 0.428 (Q2), CiteScore 2022: 2.4, Web of Science Impact factor: 1(Q2)

2 B. Bekbolat, A. Kassymov, N. Tokmagambetov. Blow-up of solutions of nonlinear heat equation with hypoelliptic operators on graded Lie groups // Complex Analysis and Operator Theory. V. 13, № 7, 3347-3357, 2019. Indexed by Scopus and Web of Science, Scopus SJR 2018: 0.459 (Q3), CiteScore 2019: 1.3, Web of Science Impact factor: 0.8(Q3)

Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің
Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті
ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдар

1 B. Bekbolat, N. Tokmagambetov. Well-posedness results for the wave equation generated by the Bessel operator // Bulletin of the Karaganda University, V. 101, № 1, 11-16, 2021.

2 B. Bekbolat, D. B. Nurakhmetov, N. Tokmagambetov, G. H. Aimal Rasa. On the minimality of systems of root functions of the Laplace operator in the punctured domain // News of the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan, Physico-mathematical series. V. 4, № 326, 92-109, 2019.

3 B. Bekbolat, B. Kanguzhin, N. Tokmagambetov. To the question of a multipoint mixed boundary value problem for a wave equation // News of the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan, Physico-mathematical series. V. 4, № 326, 76-82, 2019.

4 B. Bekbolat, N. Tokmagambetov. On a boundedness result of non-toroidal pseudo differential operators // International Journal of Mathematics and Physics. V. 9, № 2, P. 50-55, 2018.

Отандық басылым

1 B. Bekbolat, N. Tokmagambetov. Cauchy problem for the Jacobi fractional heat equation // Kazakh Mathematical Journal, V. 21, № 3, 16-26, 2021.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс титулдық беттен, мазмұннан, кіріспеден, үш бөлімнен, қорытындыдан және әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертацияның жалпы көлемі 99 әдебиетке сілтемесі бар 109 бетті құрайды.

Диссертацияның негізгі мазмұны. Кіріспе зерттеу тақырыбының өзектілігін, мақсаттары мен міндеттерін, диссертацияны қорғаудың негізгі ережелерін, зерттеу объектісі мен негізін, зерттеу әдістерін, зерттеудің жаңалығы мен теориялық және практикалық маңыздылығын, диссертацияның басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысын, жұмысты сынақтан өткізуді, автордың жарияланымын, диссертацияның көлемі мен құрылымы мен мазмұнын қамтиды.

Бірінші бөлімде біз Данкл және бөлшек анализ туралы негізгі нәтижелерді жинақтаймыз. Ыңғайлы кеңістіктерде Данкл операторын D_α және Данкл Лапласианды D_α^2 анықтаймыз және Данкл операторының қасиеттерін зерттейміз. Данкл өзегін $E_\alpha(x, y)$ Данкл операторы арқылы туындаған Коши есебінің шешімі ретінде анықтаймыз. Одан кейін біз Данкл өзегінің қатарлық және пуассондық интегралдық түрін анықтаймыз. Біз барлық $x, y \in \mathbb{R}$ үшін Данкл өзегінің $E_\alpha(x, y)$ нөлдері жоқ екенін дәлелдейміз. Данкл өзегі арқылы Данкл түрлендіруін және кері түрлендіруді анықтаймыз және қасиеттерін зерттейміз. Данкл түрлендіруін түйіндес кеңістікте анықтағаннан кейін, біз сол кеңістікте Данкл түрлендіруінің сызықты үзіліссіз оператор болатынын дәлелдейміз. Данкл анализдің бір бөлімі ретінде Данкл операторы арқылы туындаған Тейлор қатарын анықтаймыз.

Екінші бөлімде біз Данкл операторлары арқылы туындаған псевдодифференциалды операторларды қарастырамыз. Бұл операторлардың шенелгендігі жәйлі кейбір нәтижелер әдебиетте бұған дейін де белгілі болатын. Біз амплитудалық, транспонерленген және түйіндес операторларды анықтаймыз және псевдодифференциалды, амплитудалық, транспонерленген және түйіндес операторлардың Шварц кеңістіктерінде сызықты түрлендірулер болатынын дәлелдейміз. Біз сонымен қатар псевдодифференциалды операторларды түйіндес кеңістікте анықтаймыз және

оның түйіндес кеңістікте сызықты үзіліссіз түрлендіру болатынын дәлелдейміз. Одан кейін біз псевдодифференциалды операторлардың өзегін зерттейміз. Шур леммасын дәлелдейміз. Біз белгілі бір шарттар қолданып псевдодифференциалды операторлардың және олардың композицияларының $L(\mathbb{R}, d\mu_\alpha)$ кеңістіктеріндегі кейбір бағалауларын аламыз.

Соңғы бөлімде біз бөлшек ретті Капута және Гильфер туындылары бар жылуөткізгіштік және псевдопараболалық есептерге арналған оң жағын қалпына келтіруге арналған кері есптердіде зерттейміз. Бұл есптер үшін біз Адамар мағынасындағы дұрыс шешімділігін дәлелдейміз. Бұл есептерді қарастырмас бұрын біз тура есптерді қарастырамыз және ол есптердің шешімінің бар және жалғыз екенін дәлелдейміз. Одан кейін біз кері есептерді қарастырамыз және жұп шешімдерін ыңғайлы кеңістіктерде анықтаймыз. Біз бұл жерде классикалық Фурье әдісін қолданамыз. Есептің дұрыс шешімділігін дәлелдегеннен кейін есептің шешімнің берілген мәліметтерден үзіліссіз байланысын анықтаймыз. Біздің анализді айқындау үшін мысалдар қарастырамыз.